

Un análisis didáctico del software Winplot para la enseñanza del concepto de función

Enrique Huapaya Gómez
I.E. Scipión E. Llona

Resumen

La disponibilidad de recursos tecnológicos (applets, graficadores, hojas de cálculo y otros) destinados a facilitar la enseñanza – aprendizaje de la matemática es abundante y diversa, muchos especialistas promueven el desarrollo y difusión de recursos y medios informáticos. Asimismo algunas empresas han desarrollado también diversos programas y calculadoras graficadoras con el fin de innovar las prácticas pedagógicas de los maestros. Esta situación plantea retos y desafíos a los docentes, ya que la integración de estos recursos TIC en la enseñanza – aprendizaje de la matemática no es tan inmediata y transparente (Godino, et al., 2005).

Esta problemática exige asumir enfoques que permitan explicar y comprender mejor como puede integrarse las TIC en la enseñanza aprendizaje de la matemática, el enfoque ontosemiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática aporta nociones, pautas y criterios que deben ser explorados, investigados y asimilados, para poder mejorar nuestro trabajo con los estudiantes.

Palabras clave: Enfoque ontosemiótico, idoneidad mediacional, Winplot, función.

Marco teórico

El Enfoque ontosemiótico (EOS) considera que es necesario contemplar una ontología formada por los siguientes elementos:

- 1) Lenguaje (términos, expresiones, notaciones, gráficos) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual).
- 2) Situaciones – problemas (aplicaciones intra o extramatemáticas, ejercicios).
- 3) Conceptos-definición (introducidos mediante definiciones o descripciones), como recta, punto, número, media, función.
- 4) Propositiones (enunciados sobre conceptos).
- 5) Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo).
- 6) Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo).

Estos tipos de objetos se articulan formando configuraciones epistémicas si se adopta un punto de vista institucional, o cognitivas si se adopta un punto de vista personal. Los objetos matemáticos que intervienen en las prácticas matemáticas y los que surgen, pueden ser vistas desde las siguientes facetas o dimensiones duales (Godino, 2002):

- Personal – Institucional: Si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución, sus objetos emergentes se consideran institucionales, mientras que si los sistemas son específicos de una persona, los objetos serán personales.
- Ostensivos (gráficos o símbolos) – no ostensivos (entidades que se evocan al hacer matemática, y se representan en forma textual, oral, gráfica o gestual).
- Extensivo – intensivo: Tal dualidad atañe a la relación entre un objeto que interviene en un juego de lenguaje como un caso particular (por ejemplo, la función $y = 2x+1$) y una clase más general o abstracta (por ejemplo, la familia de funciones $y = mx + n$).
- Elemental – sistémico: En algunas circunstancias los objetos matemáticos intervienen como entidades unitarias – que, se supone, son conocidas

previamente-, y en otras como sistemas que se deben descomponer para su estudio.

- Expresión contenido: Alude al antecedente y consecuente de cualquier función semiótica.

Las facetas aparecen distribuidas en parejas que se complementan de manera dual y dialéctica.

Según el EOS, es necesario tener cuenta las interacciones entre la trayectoria mediacional con las distintas dimensiones implicadas en el estudio de las matemáticas, esto es, las componentes o dimensiones epistémica, cognitiva, emocional, docente y discente (Godino, Contreras y Font, en prensa). La descripción de los criterios los haremos aplicándolos al análisis del recurso Winplot propuesto para la enseñanza del contenido función en el 3ro de secundaria.

Descripción del recurso Winplot

El Winplot es un software libre, puede ser descargado de <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html> y constituye una herramienta de apoyo efectiva en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Es un programa graficador de dimensión 2 (ejes X, Y) y dimensión 3 (ejes X, Y, Z). Grafica curvas y superficies, las cuales se pueden visualizar en una variedad de formatos. Está compuesto de menús o ventanas, las cuales se pueden manejar sin dificultad. Cada menú tiene información detallada de las funciones que realiza.

Se pueden analizar a partir de la gráfica, funciones polinomiales, racionales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, paramétricas, implícitas. Calcular áreas, volúmenes. Determina gráficamente la derivada de una función así como las trayectorias de ecuaciones diferenciales. Winplot permite la integración de los materiales educativos ya existentes (libro o texto de trabajo, batería de ejercicios, etc); retroalimentación efectiva de los temas tratados así como una mejor estética al momento de presentar una clase.

Pautas de análisis

Las pautas de análisis toman en cuenta la complejidad de las interacciones de las diversas dimensiones y factores implicados. Este análisis puede orientar también el diseño de recursos tecnológicos y el estudio de trayectorias didácticas basadas en los mismos, así como identificar conflictos semióticos potenciales.

Para la elaboración de la pauta de evaluación de los recursos se considera la doble faceta, institucional y personal. Dichos conocimientos son analizados teniendo en cuenta los tipos de entidades primarias emergentes de la actividad matemática (situaciones, acciones, lenguaje, conceptos, propiedades y argumentos) y algunos aspectos de las dualidades cognitivas descritas en el marco teórico de referencia.

El EOS introduce nuevas herramientas teóricas que permiten abordar el estudio de los fenómenos de instrucción matemática. Estas nociones se describen como “Teoría de las Configuraciones Didácticas” (Godino, Contreras y Font, en prensa), donde se modeliza la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales. Como unidad primaria de análisis didáctico se propone la configuración didáctica, constituida por las interacciones profesor-alumno a propósito de una tarea matemática y usando unos recursos materiales específicos. Se concibe como una realidad organizacional, como un sistema abierto a la interacción con otras configuraciones de las trayectorias didácticas de las que forman parte. El proceso de instrucción sobre un contenido o tema matemático se desarrolla en un tiempo dado mediante una secuencia de configuraciones didácticas.

Una configuración didáctica lleva asociada una configuración epistémica, esto es, una tarea, las acciones requeridas para su solución, lenguajes, reglas (conceptos y proposiciones) y argumentaciones, las cuales pueden estar a cargo del

profesor, de los estudiantes o distribuidas entre ambos. Asociada a una configuración epistémica habrá una configuración instruccional constituida por la red de objetos docentes, discentes y mediacionales puestos en juego a propósito del problema o tarea matemática abordada. La descripción de los aprendizajes que se van construyendo a lo largo del proceso se realiza mediante las configuraciones cognitivas, red de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas personales que se ponen en juego en la implementación de una configuración epistémica.

Metodología empleada

El paradigma de investigación al cual responde esta investigación es de tipo interpretativo¹, es interpretativo ya que su objetivo es comprender los significados y el impacto que tienen las TIC en la enseñanza – aprendizaje de la matemática. En cuanto al método de investigación, se seguirá el método cualitativo, describiendo situaciones, recogiendo datos, trabajando en equipo para el cruce y triangulación de información, transcribiendo videos y en una segunda etapa analizando toda esta información (análisis de protocolo).

Desarrollo de algunos ejemplos y análisis de resultados

Clasificaremos las cuestiones de reflexión y análisis teniendo en cuenta las dimensiones epistémica (conocimientos institucionales), cognitiva (conocimientos personales) e instruccional (funciones docentes y discentes; patrones de interacción). Para las dimensiones epistémica y cognitiva fijaremos la atención en los tipos de entidades primarias y las facetas cognitivas duales que se proponen en el enfoque ontosemiótico como objetos emergentes de los sistemas de prácticas matemáticas. Cada una de estas dimensiones interactúa con la tecnología de diferentes maneras (Kaput, 2004, p. 2).

¹ Villarreal, M. “La investigación en Educación Matemática”. Universidad Nacional de Córdoba

a. Dimensión epistémica (conocimientos institucionales de referencia)

Situaciones

S1) ¿Qué tipo de situaciones-problemas (tareas) específicas permite plantear el recurso?

Los tipos de cuestiones que se pueden plantear son:

Graficar $F(x)$ ya sea polinómica, racionales, exponenciales, trigonométrica ó logarítmica.

¿Para qué valores de x las expresiones $F1(x) < F2(x)$ (respectivamente $>, =$)?

Restringir el dominio de una función, para qué valor de x la función se hace máxima o mínima.

Realizar operaciones con funciones y resolver ecuaciones por medio de la gráfica de dos funciones, hallando los puntos de intersección de la expresiones gráficas asociadas ejemplo $F(x) = G(x)$.

S2) ¿Sobre qué tipo de situaciones previas se apoyan las nuevas situaciones?

Este graficador utiliza un entorno muy amigable para introducir expresiones funcionales. Se suponen conocidos, la representación cartesiana de las funciones.

S3) ¿Qué variables de tarea permiten generalizar la actividad matemática y en qué dirección?

Las expresiones que se pueden introducir en la ventana de diálogo correspondiente pueden ser no sólo polinómicas, sino algebraicas racionales y trascendentes por lo que las funciones cuyos valores numéricos se pueden comparar son muy generales. Por ejemplo, se pueden plantear cuestiones como: ¿Para qué valores de x se hace cero la expresión $y = x^2 - 9$, o comprobar identidades algebraicas.

El rango de valores de x e y que se representan se puede cambiar actuando en la ventana de diálogo inventory opción view. La igualdad de las dos expresiones, que corresponde a la solución de la ecuación se interpreta

también como intersección de las gráficas de las dos funciones.

Lenguaje

L1). ¿Se introduce un lenguaje específico en la descripción y uso del recurso? ¿Qué nuevos términos, expresiones, símbolos y gráficos se introducen?

Se usa la expresión $y = F(X)$ para introducir la relación de dependencia entre dos magnitudes. En la ventana de diálogo se muestran botones para poder editar la función, así como hallar la gráfica, tabla de valores, expresión simétrica y reflexiones según eje X, eje Y ó $y=x$.

- Asignación funcional mediante las gráficas.
- Equivalencia de expresiones cuando las gráficas se superponen.

L2) ¿Qué conocimientos lingüísticos previos requiere el uso del recurso?

Se suponen conocidos los lenguajes funcional, las gráficas cartesianas, y las expresiones algebraicas (* para la multiplicación, / para la división, ^ para la potenciación). La atribución de valores a la variable mediante la ventana de diálogo inventory, y la interpretación de los valores máximo y mínimo para la X y la Y.

L3) ¿Es útil en la progresión del aprendizaje matemático el lenguaje específico introducido?

Dado el uso cada vez más extendido de recursos informáticos los convenios lingüísticos utilizados pueden aparecer en otros similares (cursores, pulsadores, etc.)

Técnicas - acciones

T1) ¿Qué técnicas específicas se requieren para la solución de las tareas?

Manipulación de la ventana inventory (escritura de expresiones, asignación de valores a x; elección de extremos para los intervalos). La gráfica de una función consiste en

ingresar una expresión polinómica, racional, etc, seleccionar el intervalo, elegir un color dar valores a la variable y observar el comportamiento.

T2) ¿Qué técnicas previas es necesario dominar para aplicar las nuevas técnicas?

Manipulación y ejecución de programas informáticos y del hardware necesario.

T3) ¿Es posible generalizar las técnicas y en qué dirección?

Aunque la manipulación del graficador Winplot implica el aprendizaje de algunos convenios específicos (escritura en los escalas, restricción del dominio) estos convenios suelen tener un alcance general en este tipo de recursos informáticos. Su aprendizaje puede ser de utilidad para operar esos recursos.

Conceptos (reglas conceptuales)

C1) ¿Qué conceptos específicos se prevé emergerán de las prácticas matemáticas implementadas?

Gráfica de una función, obtención del dominio y rango de la función, puntos de intersección con los ejes, así como con otras funciones. Obtención de valores máximos y mínimos y solución de una ecuación como valor numérico que iguala ambos miembros y como punto de intersección de dos gráficas.

C2) ¿Qué conceptos previos se usan de manera explícita o implícita y se suponen conocidos?

El conocimiento del plano cartesiano, par ordenado, relaciones y producto cartesiano. Números reales y operaciones aritméticas; reglas de uso de paréntesis, ejes de simetría y reflexión. Tablas de valores

C3) ¿En qué dirección se pueden generalizar los conceptos emergentes?

El recurso está construido como soporte específico y restringido a los conceptos descritos.

Propiedades

P1) ¿Qué propiedades se prevé emergerán de las prácticas matemáticas implementables?

Dada una función $y = f(x)$, al aplicar ciertas transformaciones a la expresión funcional, que ocurre con la representación gráfica asociada, ejemplo que pasa con la gráfica cuando se ingresa en la ventana correspondiente: $Y = F(x+a)$, $Y = F(x-a)$; $Y = F(x) + a$; $Y = F(x) - a$; $y = F(ax)$ siendo a diferente de cero.

Argumentos (justificaciones)

A1) ¿Qué tipo de justificaciones de las técnicas y propiedades proporciona el recurso?

La justificación de las técnicas y propiedades es de tipo empírico y ostensivo. La gráfica de una función se logra ingresando la expresión correspondiente; el dispositivo calcula y muestra los resultados de manera numérica y gráfica. No hay argumentación deductiva.

b. Dimensión cognitiva (significados personales)

El análisis a priori de los conocimientos institucionales que potencialmente se ponen en juego en la implementación del recurso proporciona elementos para la elaboración de instrumentos de evaluación de los significados personales de los estudiantes, respecto de los conocimientos previos requeridos, y de los nuevos conocimientos logrados tras el proceso de estudio. Cada uno de los seis tipos de elementos descritos nos puede servir de guía para elaborar ítems de evaluación de los significados personales de los estudiantes.

Asumimos que los estudiantes muestren interés por la manipulación del “Winplot”; el recurso evita tener que realizar cálculos tediosos, escribir tablas de valores y graficar las funciones.

c. Dimensión instruccional (funciones docentes, discentes y patrones de interacción)

El análisis epistémico nos proporciona un marco de referencia para elaborar posibles trayectorias didácticas de los contenidos puestos en juego por el recurso. Tales trayectorias se implementarán de acuerdo a unas guías de estudio, o “proyectos de enseñanza-aprendizaje”, en los cuales se hará una selección de los distintos tipos de conocimientos y su secuenciación temporal. En esta fase, la cuestión será la búsqueda de criterios que permitan optimizar la idoneidad epistémica (Godino, Contreras y Font, en prensa) del proceso de estudio, entendida como representatividad de los significados pretendidos respecto de los significados de referencia. Las guías de estudio deben incluir indicaciones sobre el desempeño de las funciones docentes y discentes, así como una previsión de los tipos de configuraciones didácticas que optimicen la idoneidad didáctica del proceso.

A continuación indicamos algunas cuestiones relacionadas con las funciones docentes, discentes y patrones de interacción:

En gran medida el Winplot facilita graficar funciones y permite más tiempo para el análisis de conceptos y otras nociones emergentes (variación, transformaciones, ecuaciones, visualización y aproximación), al ser un graficador amigable, permite que el estudiante aprenda rápidamente su manejo y manipule inventando otros ejercicios y problemas. Este recurso se puede usar tanto en el nivel básico como en el superior.

Cada sesión de trabajo puede durar 80 minutos en los que se puede analizar las principales clases de funciones, operaciones, etc., debe secuenciarse las actividades y tareas para poder optimizar mejor el uso del recurso y mejorar la asimilación del concepto función.

Este graficador facilita la evaluación de los contenidos implementados, así como otros que pudieran emerger,

los estudiantes previo adiestramiento pueden utilizar este graficador de manera autónoma.

Este recurso con ayuda de fichas de trabajo y guías preparadas por el docente permite la autoevaluación de los aprendizajes. Este recurso pone en evidencia los conflictos semióticos de los estudiantes, los que con ayuda del maestro estas dificultades podrán resolverse oportunamente.

Este recurso se puede complementar con un procesador de texto (para comunicar y presentar reportes escritos, presentador de diapositivas en los que se visualiza las gráficas asociadas, así como software de comunicación (Messenger, youtube) para comunicar resultados y compartir información.

Referencias

Falsetti, M., Rodríguez, M., Carnelli, G., Formica, F. “Perspectiva integrada de la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática: una mirada a la Educación Matemática” – Unión – Revista iberoamericana de Educación Matemática. Marzo de 2007, número 9. Tomado de http://www.fisem.org/descargas/7/Union_007_004.pdf

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2006). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Granada. Disponible en http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm

Godino, J. D., Recio, A. M., Roa, R., Ruiz, F., Pareja, J. “Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas”. Universidad de granada. Proyecto EDUMAT. Disponible en http://www.sinewton.org/numeros/numeros/64/investigacion_01.pdf

Mendoza; M., El Winplot como recurso didáctico en la enseñanza de la matemática, Editorial Horizonte, 2003.

Nunes Da Silva, L., Amorin Soares, M. “El uso de las tecnologías mediáticas y digitales en las prácticas pedagógicas”. Tomado de <http://www.cibersociedad.net/congres2006/gts/comunicacio.php?id=449&llengua=es>.

Villarreal, M. “La investigación en Educación Matemática”. Universidad Nacional de Córdoba” tomado de <http://www.soarem.org.ar/Publicaciones/Monica%20Ester%20Villarreal%20-%2016.pdf>